АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СЕТИ ДОСТУПА С УЧЁТОМ ПОВТОРНЫХ ВЫЗОВОВ

Степанов Сергей Николаевич,
профессор, Московского технического университета связи и информатики (МТУСИ), Россия, г. Москва,
stpnvsrg@gmail.com

Осия Дмитрий Леонидович,
аспирант, Московского технического университета связи и информатики, (МТУСИ), Россия, г. Москва,
dimaosia@mail.ru

Ключевые слова: *линия доступа, повторные вызовы, система уравнений равновесия, приближенные методы, асимптотические методы.*

Использование традиционных методов планирования пропускной способности сетей связи, основанных на моделях с потерями или ожиданием заблокированных заявок, часто приводит к ощутимым погрешностям. Их причиной является наличие зависимости между моментами поступления заявок, которые не учитываются в классических моделях теории телетрафика. Эта зависимость определяется алгоритмом поведения абонента в процессе заказа коммуникационных сервисов или после получения отказа в обслуживании. Решить возникающие проблемы позволяет использование семейства систем связи, в которых абонент после получения отказа в обслуживании повторяет требование к соединению. Построена модель иерархической сети доступа, в которой учитывается возможность повторения заявки, получившей отказ из недостаточности ресурса передачи информации на одной из линий составляющей маршрут движения информационных потоков. Используя стационарные вероятности марковского процесса, описывающего функционирование модели, даны определения основным показателям пропускной способности исследуемой системы связи. Построена процедура приближенной оценки значений характеристик поступающих заявок, основанная на использовании асимптотических свойств модели при стремлении интенсивности поступления повторных вызовов к бесконечности.

Для цитирования:
Степанов С.Н., Осия Д.Л. Асимптотические методы оценки характеристик иерархической сети доступа с учётом повторных вызовов // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2015. Том. 9. – №3. – С. 44-49.

For citation:
Stepanov S.N., Osia D.L. Asymptotic methods of estimation of characteristics of a hierarchical access network with taking in to account repeated calls. T-Comm. 2015. Vol. 9. No.3. Pp. 44-49. (in Russian).

1. Введение

Наличие сетевых механизмов, реализующих возможность адаптации скорости транспортировки информации к условиям обслуживания, в частности, к числу одновременно передаваемых информационных потоков, а также возрастающая роль пользователя в их формировании, вносят определённые изменения в структуру трафика по сравнению с классическим трафиком сервисов реального времени. Наиболее ярко это отражается в информационных потоках, инициированных обращением пользователя к услугам сети Интернет, Моменты времени между последовательными поступлениями информационных сообщений в систему уже нельзя считать независимыми. Для описания этого явления используются самоподобные случайные процессы. Причины появления самоподобных свойств зависят от шкалы времени, на которой происходит анализ информационных потоков. На уровне поступления пакетов, определяемых используемой пакетной технологией передачи информации, причинами появления зависимости являются бимодальные свойства объёма информации, передаваемого за одну TCP-сессию. Наличие механизма контроля за перегрузкой, встроенного в протокол, приводит к перераспределению ресурса передачи информации между всеми активными TCP-соединениями, что сразу же делает процесс их обслуживания зависимым (При этом сам процесс генерации анализируемых сессий может быть и независимым). Среди других причин появления самоподобных свойств в трафике данных следует отметить человеческий фактор. Его действие приводит к формированию зависимых информационных потоков посредством открытия нескольких сессий, задержки в пересылке сообщений, посылки повторных требований и т. п.

Учет зависимости между поступлением информационных сообщений, рассматриваемый на уровне пакетов, приводит к очень сложным вероятностным конструкциям, которые в настоящее время еще не доведены до приемлемых инженерных методик. В тоже время анализ зависимости между моментами поступлениями заявок, рассматриваемый на уровне открытия отдельных соединений, может быть выполнен с помощью семейства моделей систем связи с учетом влияния повторных вызовов. Несмотря на сложный характер, случайных марковских процессов, используемых для описания модели, в ряде случаев здесь удается построить относительно простые инженерные методы оценки характеристик пропускной способности, В работе будет рассмотрен один из таких подходов, основанный на использовании асимптотических свойств модели при стремлении интенсивности поступления повторных заявок к своим предельным значениям.

Из приведённого обсуждения следует, что при построении глобальной модели сети, отслеживающей процесс передачи информации из конца в конец, необходимо учитывать специфику каждого уровня и наличие зависимости между ними. Учёт всех уровней и их взаимосвязь в рамках одной модели приводит к очень сложным конструкциям, которые не поддаются точному численному анализу. Эта сложность адекватна сложности исследуемого объекта, и вряд ли будет преодолена в ближайшем будущем, В этой ситуации моделирование процесса передачи информации локализуется наиболее важными сегментами сети, которые характеризуются меньшим числом уровней иерархии, К ним, в первую очередь, относится сеть доступа, стоимость которой на порядок превосходит стоимость опорной сети. Обычно при построении сети доступа используется иерархическая топология, которая и будет взята за основу при разработке математической модели [1-5].

2. Математическое описание модели

Назовем иерархической сетью доступа сеть, имеющую топологию, показанную на рис. 1 [4-5]. Также будем предполагать, что нумерация узлов и соединительных линий анализируемой модели сети подчиняется правилам, использованным на рис. 1.

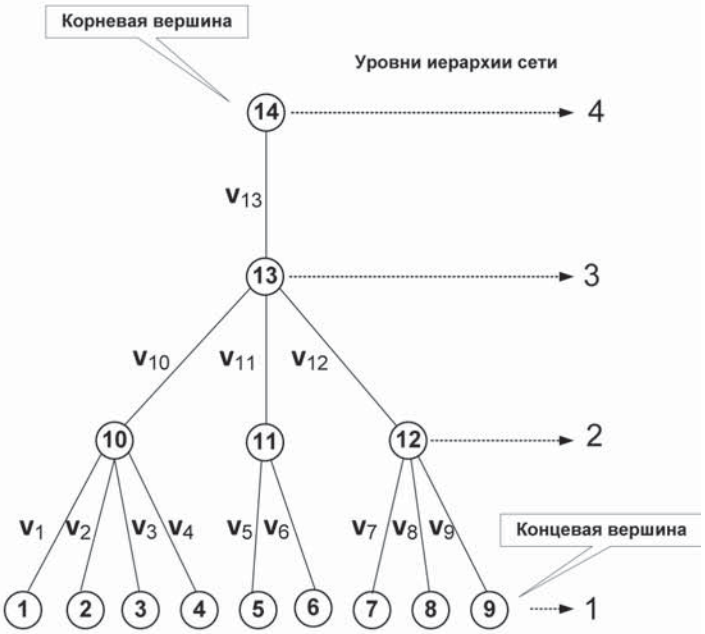


Рис. 1. Пример иерархической сети доступа из 14 узлов и 13 соединительных линий

Приведённая в качестве примера сеть имеет 14 узлов, 13 соединительных линий и следующие особенности, которые отличают данный класс топологий: число узлов в сети на единицу превышает число линий J; каждый узел кроме $(J + 1)$-го, в соответствии с нумерацией, использованной на рис. 1, имеет одну исходящую линию; все узлы кроме концевых, имеют одну или более входящих соединительных линий; все маршруты пересылки информационных потоков начинаются в одном из концевых узлов и заканчиваются в корневом узле; максимальное число узлов в маршруте транспортировки информации определяет число уровней иерархии сети. Модель, показанная на рис. 1, имеет четыре уровня иерархии.

На каждый концевой узел сети поступает один или несколько потоков заявок на выделение ресурса передачи информации в каждой из линий, составляющих маршрут пересылки информации от концевого узла к корневому. Обозначим через n общее потоков заявок. Каждому потоку соответствует единственный маршрут пересылки информации. Назовем маршрут k-ым, если речь идет об обслуживании

заявки k-го потока. Предположим, что поступление заявок k-го потока подчиняется закону Пуассона с интенсивностью λ_k, а время обслуживания заявки имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_k. Будем считать, что в исследуемой модели рассматривается процесс обслуживания заявок на передачу трафика сервисов реального времени. Это пересылка аудио или видеосообщений, а также данных, которые передаются на условиях обслуживания трафика сервисов реального времени, т.е. с предоставлением скорости передачи, величина которой не меняется в процессе обслуживания анализируемой заявки. Предполагается, что значения скоростей передачи информации всех линий сети выражены через значение единичной скорости (одна канальная единица) и представляют собой целые числа, которые также будем называть виртуальным канальным ресурсом линии. Обозначим через b_k число виртуальных канальных единиц, которые одновременно требуются для обслуживания одной поступившей заявки k-ого потока.

Сформулируем предположения о поведении абонента k-ого потока, получившего отказ из-за нехватки пропускной способности линий, входящих в состав k-ого маршрута. В этой ситуации абонент с вероятностью H_k повторяет попытку соединения через случайное время, имеющее экспоненциальное распределение с параметром, равным v_k, а с дополнительной вероятностью отказывается от попыток соединения и покидает систему без обслуживания. Процедура образования источников повторных вызовов на примере сети, представленной на рис. 1, показана на рис. 2.

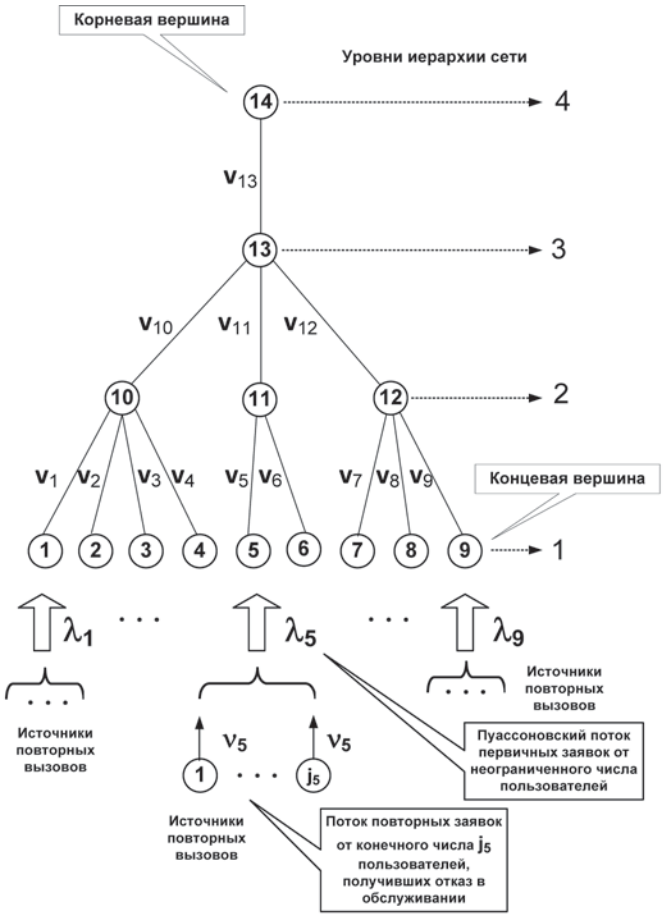


Рис. 2. Особенности моделирования потоков повторных вызовов в иерархической сети доступа

3. Характеристики обслуживания поступающих заявок

Для оценки достаточности пропускной способности линий, составляющих маршрут передачи возникающих информационных потоков, требуется для каждого потока знать величину доли потерянных заявок, включая отказы в первичной и повторной попытках. Поскольку функционирование построенной модели описывается марковским процессом, то для оценки отмеченной характеристики достаточно рассчитать значения доли времени пребывания модели в состоянии с известным числом заявок, каждого потока, находящихся на обслуживании, и числом абонентов, формирующих рассматриваемый поток, пребывающем в состоянии повторения ранее заблокированной заявки. Сформулированное утверждение определяет состояние модели, каковым будет множество векторов $(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)$ с величинами $i_1,...,i_n$, удовлетворяющими ограничениям на пропускную способность звеньев сети. Обозначим через N_j множество номеров потоков, проходящих через j-*ую* линию сети. Тогда пространство состояний модели S включает в себя векторы $(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)$ с компонентами, удовлетворяющими неравенству

$$\sum_{k\in N_j} i_k b_k \le v_j, \qquad j=1,2,...,n. \tag{1}$$

Обозначим через $U_k \subset S$, подмножество состояний, в каждом из которых заявка k-го потока получает отказ в обслуживании. В отмеченных состояниях хотя бы на одной из линии, составляющих маршрут следования трафика k-го потока, нет достаточной величины пропускной способности для обслуживания заявки k-го потока. Обозначим через $p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)$ значение стационарной вероятности состояния $(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)$. Будем предполагать, что значения $p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)$ известны и выразим с их помощью величины основных показателей качества обслуживания заявок k-ого потока. К ним относится значение $\pi_{p,k}$ доли времени пребывания модели в состоянии, когда хотя бы на одной из линий k-ого маршрута нет достаточной пропускной способности для обслуживания поступившей заявки k-ого потока. Величина $\pi_{p,k}$ определяется из соотношения:

$$\pi_{p,k} = \sum_{(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\in U_k} p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n).$$

Обозначим через M_k среднее число заявок k-го потока, приходящихся па один поступивший первичный вызов. Величина M_k рассчитывается из выражения:

$$M_k = \frac{\sum_{(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\in S} p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n) j_k v_k}{\lambda_k}.$$

Обозначим через τ_k величину доли повторных вызовов в общем потоке поступающих заявок. Величина τ_k определяется из соотношения:

$$\tau_k = \frac{\sum_{(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\in S} p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n) j_k v_k}{\lambda_k + \sum_{(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\in S} p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n) j_k v_k}.$$

Обозначим через $\pi_{c,k}$ долю потерянных заявок k-го потока. Величина $\pi_{c,k}$ определяется из соотношения:

$$\pi_{c,k} = \frac{\sum_{(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\in U_k} p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)(\lambda_k + j_k v_k)}{\sum_{(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\in S} p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)(\lambda_k + j_k v_k)}.$$

Пусть y_k – среднее число заявок κ-го потока, находящихся на обслуживании. Значение y_k оценивается из следующей формулы:

$$y_k = \sum_{(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\in S} p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n) i_k;$$

Обозначим через m_k – среднее число единиц ресурса сети доступа, занятых на обслуживание заявок κ-го потока. Для оценки величины m_k применяется такое выражение:

$$m_k = \sum_{(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\in S} p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n) i_k b_k.$$

Для оценки значений характеристик с использованием введённых определений необходимо составить и решить систему уравнений статистического равновесия. Обозначим через i общее число канальных единиц занятых в $(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)$ на обслуживание поступивших заявок. Воспользовавшись стандартными методами [3,7], получаем следующую систему уравнений

$$P(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\cdot\sum_{k=1}^{n}((\lambda_k + j_k v_k) I(i+b_k \le v) + \qquad (2)$$

$$+(\lambda_k H_k + j_k v_k (1-H_k)) I(i+b_k > v) + i_k \mu_k I(i_k > 0)) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} P(j_1,...,j_n,i_1,...,i_k-1,...,i_n)\lambda_k I(i_k > 0) +$$

$$+\sum_{k=1}^{n} P(j_1,...,i_k+1,...,j_n,i_1,...,i_k-1,...,i_n)(i_k+1) v_k I(i_k > 0) +$$

$$+\sum_{k=1}^{n} P(j_1,...,i_k-1,...,j_n,i_1,...,i_n)\lambda_k H_k I(j_k > 0, i+b_k > v) +$$

$$+\sum_{k=1}^{n} P(j_1,...,i_k+1,...,j_n,i_1,...,i_n)(j_k+1) v_k (1-H_k) I(i+b_k > v) +$$

$$+\sum_{k=1}^{n} P(j_1,...,j_n,i_1,...,i_k+1,...,i_n)(j_k+1)\mu_k I(i+b_k \le v),$$

$$(j_1,...,j_n,i_1,i_2,...,i_n) \in S.$$

Здесь $I(\cdot)$ – индикаторная функция, принимающая значение единица, если выполнено условие, сформулированное в скобках, и ноль, если условие не выполнено. Полученные в результате решения системы (2) ненормированные значения стационарных вероятностей $P(j_1,...,j_n,i_1,i_2,...,i_n)$ необходимо нормировать, используя соотношение следующего вида

$$p(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n) = \frac{P(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)}{\sum_{(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)\in S} P(j_1,...,j_n,i_1,...,i_n)}.$$

Для решения системы (2) стандартными численными методами необходимо ограничить числа уравнений. С этой целью предполагают, что при наличии n_k абонентов, находящихся в состоянии повторения вызова, поступившая заявка κ-го потока получает отказ и не возобновляется [6]. Выбор значений n_k, позволяющий найти величины введенных характеристик с любой заданной наперед точностью, осуществляется опытным путем. Для небольших значений структурных параметров рассмотренный способ может быть использован для оценки величин вероятностных характеристик модели. Если число уровней иерархии и число потоков увеличиваются, то применение данного подхода испытывает затруднения из-за увеличения числа состояний в исследуемой модели сети. В этой области значений входных параметров для оценки показателей качества обслуживания поступающих заявок целесообразно использовать приближенные методы [6]. Один из таких алгоритмов был рассмотрен в [5]. В качестве оценок характеристик предлагается использовать их асимптотические значения при стремлении интенсивности повторения заявок, поступающих от одного абонента, к нулю. Далее будет рассмотрен другой подход. В качестве оценок характеристик предлагается использовать их предельные значения при стремлении интенсивности повторения заявки к бесконечности.

3. Асимптотическая оценка характеристик

Примем для простоты, что выполняются соотношения $b_k = 1, \quad k = 1,2,...,n.$. Общий случай рассматривается по аналогии с последующим выводом асимптотических выражений. Зафиксируем номер потока κ. Обозначим через d_k число соединительных линий κ-го маршрута доступных заявкам k-го потока. Устремим величину v_k к бесконечности. Поскольку $H_k < 1$, то с вероятностью, стремящейся к единице, абонент, повторяющий заявку, откажется от попыток установить соединение. Промежуток времени нахождения абонента в состоянии повторения вызова ограничен убывающим интервалом, находящимся в правой окрестности момента времени, когда он получил первый отказ в обслуживании. В рассматриваемых предельных условиях поступление повторных заявок не оказывает никакого влияния на процесс занятия каналов. Величину $\pi_{p,k}$ – доли времени занятости всех каналов – можно рассчитать с помощью частного случая исследуемой модели, когда в ней отсутствуют абоненты, повторяющие вызов. Этот частный случай получается, если положить вероятности повторения вызова H_k

равными нулю. Обозначим в рассматриваемом частном случае через $\pi'_{p,k}$ величину доли времени пребывания модели в состоянии, когда хотя бы на одной из линий k-го маршрута нет достаточной пропускной способности для обслуживания поступившей заявки k-го потока. Выполняется соотношение $\lim_{v_k \to \infty} \pi_{p,k} = \pi'_{p,k}$.

Воспользуемся результатами проведённого обсуждения для построения приближённого метода расчёта характеристик исследуемой модели для больших значений v_k. Обозначим через $w_{j,1}$ среднее число повторных попыток соединения, которые делает абонент, получивший отказ в обслуживании на интервале занятости всех линий k-го маршрута.

Отметим, что в силу основного свойства экспоненциально распределенных случайных величин этот интервал имеет экспоненциальное распределение с параметром равным $d_k \mu_k$. В [6] показано, что значение $w_{j,1}$ определяется из следующего соотношения:

$$w_{j,1} = \frac{H_k(d_k + v_k)}{d_k + v_k(1 - H_k)} \qquad (3)$$

Устремим v_k к бесконечности. В рассматриваемых условиях величину w_1 среднего числа повторных вызовов, которое сделает заблокированный абонент до отказа в установлении соединения, можно рассчитать, если перейти к пределу при $v_k \to \infty$ в выражении для $w_{j,1}$, заданным соотношением (3), Величина w_1 находится из выражения

$$w_1 = \lim_{v_k \to \infty} w_{j,1} = \lim_{v_k \to \infty} \frac{H_k(d_k + v_k)}{d_k + v_k(1 - H_k)} = \frac{H_k}{1 - H_k} \qquad (4)$$

В анализируемых асимптотических условиях величина $\Lambda_{b,k}$ суммарной интенсивности заблокированных первичных и повторных заявок определяется из соотношения

$$\Lambda_{b,k} = \lambda_k \pi'_{p,k}(1 + w_1) + o(1) = \pi'_{p,k} \cdot \frac{\lambda_k}{1 - H_k} + o(1). \qquad (5)$$

Аналогичным образом асимптотическое разложение получается и для среднего числа повторных вызовов на один первичный

$$M_k = \pi'_{p,k} w_1 + o(1) = \pi'_{p,k} \frac{H_k}{1 - H_k} + o(1) \qquad (6)$$

Соотношения (3)-(6) и определения характеристик дают возможность найти асимптотические разложения при $v_k \to \infty$ и для других показателей обслуживания заявок. В качестве примера приведём подобные выражения для $\pi_{c,k}$ и τ_k. Они имеют следующий вид:

$$\pi_{c,k} = \frac{\pi'_{p,k}}{1 - H_k + \pi'_{p,k} H_k} + o(1), \quad \tau_k = \frac{\pi'_{p,k} H_k}{1 - H_k + \pi'_{p,k} H_k} + o(1). \qquad (7)$$

Таким образом, для оценки значений характеристик исследуемой модели иерархической сети доступа с учетом влияния повторных вызовов достаточно рассчитать величины характеристик аналогичной модели, но без учета повторных вызовов и воспользоваться полученными соотношениями (3)-(7). Результаты расчета частных случаев показывают, что точность приближенного расчета приемлема для практических вычислений, если величина интенсивности повторения вызовов велика.

Заключение

Разработана и проанализирована модель иерархической сети доступа с учетом возможности повторения заблокированной заявки. Построен марковский процесс, описывающий функционирование модели. Сформулированы определения основных показателей качества совместного обслуживания поступающих заявок. Разработана процедура приближенной оценки значений характеристик, основанная на использовании асимптотических свойств модели при стремлении интенсивности поступления повторных вызовов к бесконечности. Построенную модель и алгоритм оценки значений характеристик можно использовать для оценки скорости линий, входящих в состав иерархической сети доступа, достаточной для обслуживания поступающих заявок за заданным качеством.

Литература

1. *Virtamo J.* http://www.netlab.tkk.fi/opetus/s383141/english.shtml

2. *Ross K. W.* Multiservice loss models for broadband telecommunication networks. – London: Springer, 1995. – 343 p.

3. *Лагутин В. С., Степанов С. Н.* Телетрафик мультисервисных сетей связи. – М.: Радио и связь, 2000 – 320 с.

4. *Степанов С.Н., Осия Д. Л.* Алгоритм оценки показателей обслуживания заявок в иерархических сетях доступа // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2012. – № 7. – С. 193-195.

5. *Степанов С.Н., Осия Д.Л.* Приближённый метод оценки показателей обслуживания заявок в иерархических сетях доступа с учетом влияния поведения пользоваеля // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2014. – № 8. – С.93-96.

6. *Степанов С. Н.* Численные методы расчёта систем с повторными вызовами. – М.: Наука, 1983. – 230 с.

7. *Степанов С.Н.* Основы телетрафика мультисервисных сетей – М.: Эко-Трендз , 2010.

ASYMPTOTIC METHODS OF ESTIMATION OF CHARACTERISTICS OF A HIERARCHICAL ACCESS NETWORK WITH TAKING IN TO ACCOUNT REPEATED CALLS

Stepanov S.N., *Moscow, Russia,* ***stpnvsrg@gmail.com***
Osia D.L., *Moscow, Russia,* ***dimaosia@mail.ru***

Abstract
The usage of traditional methods of planning the characteristics of throughput of telecommunication systems based on the models with losses or waiting of blocked calls leads to significant errors. The reason is the correlation of calls arrival moments which is not taken into account in the classical teletraffic models. This correlation is caused by subscriber behavior algorithm in the process of service ordering or after getting refusal in servicing. These problems can be solved with help of the models with possibility of call repetition after getting refusal. In the paper the model of hierarchial access network with taking into account the possibility of call repetition after getting refusal because of insufficient amount of available bandwidth at least in one line of the route used by arriving call is constructed. The definitions of main performance measures of the model considered based on the values of model's stationary probabilities are given. The algorithm of approximate estimation of performance measures based on asymptotic values of characteristics when intensity of repetitions tends to infinity are derived.

Keywords: *access line, repeated calls, system of state equations, approximate methods, asymptotic methods.*

References

1. *Virtamo J.* http://www.netlab.tkk.fi/opetus/s383141/english.shtml.
2. *Ross K.W.* Multiservice loss models for broadband telecommunication networks. London: Springer, 1995. 343 p.
3. *Lagutin V.S., Stepanov S.N.* Teletraffic of multiservice networks. Moscow: Radio i Sviaz, 2000. 320 p. (in Russian).
4. *Stepanov S.N., Osia D.L.* Algorithm of characteristics of calls servicing estimation of hierarchial access network / T-Comm, 2012. No 7. – Pp.193-195. (in Russian).
5. *Stepanov S.N., Osia D.L.* The approximate method of estimation of characteristics of calls servicing of hierarchial access network / T-Comm, 2014. No 8. – Pp.93-96. (in Russian).
6. *Stepanov S.N.* Numerical methods of investigation of systems with repeated calls. Moscow: Nauka, 1983. 230 p. (in Russian).
7. *Stepanov S.N.* The basics of multiservice networks teletraffic. Moscow: Eko-Trends, 2010. (in Russian).

For citation:
Stepanov S.N., Osia D.L. Asymptotic methods of estimation of characteristics of a hierarchical access network with taking in to account repeated calls. T-Comm. 2015. Vol. 9. No.3. Pp. 44-49. (in Russian).

